



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques
Sèrie 3

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Responen a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considereu la funció polinòmica $f(x) = 3x^{13} + 5x^3 + 2$.
 - a) Justifiqueu que la seva gràfica talla l'eix de les abscisses en un punt de l'interval $[-2, 0]$. Doneu un interval de longitud 0,5 on es trobi aquest punt de tall.
[1,25 punts]

- b)** Estudieu les zones de creixement i de decreixement, i els màxims i els mínims de $y=f(x)$. Quants punts de tall té exactament la gràfica d'aquesta funció amb l'eix de les abscisses? Justifiqueu la resposta.

[1,25 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. Considereu el sistema d'equacions següent, on m és un paràmetre real:

$$\left. \begin{array}{l} x - 3y + mz = -2 \\ x + my + 2z = 3 \\ x + y + 2z = m \end{array} \right\}$$

a) Discuti el sistema segons el valor del paràmetre m .

[1,25 punts]

b) Trobeu la solució del sistema per a $m = 0$.

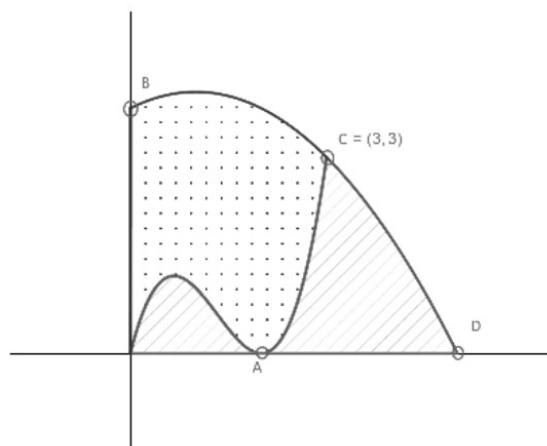
[0,5 punts]

c) Per a $m = 2$, doneu una solució (x, y, z) del sistema que, a més a més, compleixi $x = 5y$.

[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

3. La classe de l'Èlia ha dissenyat el logotip següent per a pintar-lo a la paret de l'institut:



La corba que passa pel punt A és $y=f(x)$, amb $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$, i la que passa pels punts B , $C = (3, 3)$ i D és $y=g(x)$, amb $g(x) = -\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + 4$.

- a)** Calculeu les coordenades dels punts A , B i D .

[0,75 punts]

b) Calculeu l'àrea de la zona puntejada.

[1,25 punts]

c) Els alumnes volen pintar la part puntejada de color blau i la part ratllada de color vermell. Sabent que l'àrea total del logotip és $\frac{175}{12} \text{ m}^2$, de quin color necessitaran més pintura?

[0,5 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

4. S'estima que el 20 % dels habitants d'una regió pateix algun tipus d'arrítmia. Per a diagnosticar-la, hi ha la possibilitat de col·locar al pacient un monitor Holter, que detecta l'arrítmia en un 95 % dels casos de persones que la pateixen, però que també dona falsos positius, per motius elèctrics, en persones que no pateixen arrítmies en un 0,5 % dels casos.

a) Si escollim 4 persones a l'atzar, quina és la probabilitat que almenys una d'elles pateixi arrítmies?

[0,75 punts]

b) Quina és la probabilitat que una persona escollida a l'atzar obtingui un diagnòstic positiu d'arrítmia?

[0,75 punts]

- c) Si una persona obté un diagnòstic negatiu a la prova del Holter, quina és la probabilitat que realment pateixi arrítmies?

[1 punt]

Espai per a la correcció		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

5. Per a cada punt (x, y) de la corba $y = e^{-2x}$, amb $x > 0$ i $y > 0$, considereu el rectangle amb vèrtexs als punts $(0, 0)$, $(x, 0)$, $(0, y)$ i (x, y) .
- a)** Comproveu que, d'entre tots aquests rectangles, el que té $x = \frac{1}{2}$ és el d'àrea màxima.

Quin és el valor d'aquesta àrea?

[1,5 punts]

- b)** Calculeu l'equació de la recta tangent a la funció $y = e^{-2x}$ en el punt d'abscissa $x = 0$, i el seu punt de tall amb l'eix de les abscisses.

[1 punt]

Espai per a la correcció		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Considereu el punt $P = (1, 3, 0)$ i el pla π d'equació $x + 2y - 2z = -7$.
- a)** Sigui r la recta que és perpendicular a π i passa per P . Calculeu el punt d'intersecció de π amb r .
- [1 punt]

- b)** Calculeu la distància d del punt P al pla π .
- [0,5 punts]

- c) Calculeu l'equació d'un altre pla π' que sigui paral·lel a π i que també estigui a distància d de P .

[1 punt]

Espai per a la correcció		
Qüestió 6	a	
	b	
	c	
	Total	

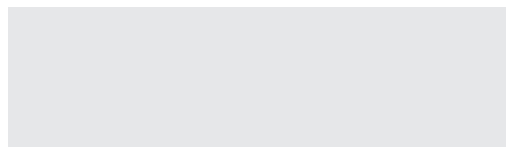
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'estudiant



Institut
d'Estudis
Catalans